

SAYILAR TEORİSİ I QUIZ SORULARI

1) $17x+7y+5z=11$ Diophant denkleminin tüm tam sayı çözümlerini bulunuz.

$$d=1, d_1=1 \quad a_1=17, a_2=+7, a_3=5$$

$$\beta=-5 \quad \delta=7 \quad 7\alpha+5\delta=1 \quad \alpha=3, \delta=-4$$

$$y=3t-5u, z=-4t+7u$$

$$17x+7(3t-5u)+5(4t+7u)=11$$

$$17x+t=11 \quad x_0=1 \quad t_0=-6$$

$$x=1+u$$

$$t=-6-17u$$

$$y=-18-51u-5u$$

$$z=2u+68u+7u$$

2) a) a ve b pozitif tam sayılar p asal tam sayı olmak üzere $(a, p^2) = (b, p^2) = p$ ise $(ab, p^4) = p^2$ olduğunu gösteriniz.

b) p_1, p_2, p_3 farklı asal tam sayılar olmak üzere $\varphi(p_1 p_2 p_3) = 24$ denklemini sağlayan tüm p_1, p_2, p_3 asal sayılarını bulunuz.

$$a) \quad (a, p^2) = p \Rightarrow p|a \text{ ve } a = p a' \text{ ise } p \nmid a'$$

$$(b, p^2) = p \Rightarrow p|b \text{ ve } b = p b' \text{ ise } p \nmid b'$$

$$ab = p^2 a' b' \quad p^2 | ab \wedge p^3 \nmid ab \text{ bulunur.}$$

$$(ab, p^4) = p^2 \text{ elde edilir.}$$

$$b) \quad \varphi(p_1 p_2 p_3) = (p_1 - 1)(p_2 - 1)(p_3 - 1) = 24 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 1 \cdot 2 \cdot 12 \\ = 1 \cdot 4 \cdot 6 = 1 \cdot 3 \cdot 8$$

$$p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 13$$

$$p_1 = 2, p_2 = 5, p_3 = 7$$

bulunur